CH8 IDENTITE DE BEZOUT

EX 15 :

1. $(4x-3y-5)(4x+3y-1)=0 \Leftrightarrow 4x-3y=5$ ou $4x+3y=1$

(1 ;-1) est une solution particulière trivial de l'équation $4x+3y=1$ alors un travail analogue à l'exercice 12 permet de conclure que les solutions de l'éq $4x+3y=1$ sont les couples $(1+3k ;-1-4k)$ k entier

(5 ;5) est une solution particulière trivial de l'équation $4x-3y=5$ alors un travail analogue à l'exercice 12 permet de conclure que les solutions de l'éq $4x-3y=5$ sont les couples $(5+3k ;5+4k)$ k entier .

Conclusion :

$$\boxed{S_{\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}}=\{(1+3k ;-1-4k) ;(5+3k ;5+4k)\ k\in\mathbb{Z}\ \}}$$

2. $x^2-9y^2=2 \Leftrightarrow (x-3y).(x+3y)=2 \Leftrightarrow$ $\begin{cases}x-3y=2\\x+3y=1\end{cases}$ *ou* $\begin{cases}x-3y=1\\x+3y=2\end{cases}$ *ou* $\begin{cases}x-3y=-2\\x+3y=-1\end{cases}$ *ou* $\begin{cases}x-3y=-1\\x+3y=-2\end{cases}$

chacun de ces 4 systèmes n'a pas de solution dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ (en effet on obtient $2x=3$ ou $2x=-3$) donc l'équation $x^2-9y^2=2$ n'a pas de solution dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$

EX 16 :

1. (-3,-5) est une solution particulière trivial de l'équation $13x-8y=1$ alors un travail analogue à l'exercice 12 permet de conclure que les solutions de l'éq $13x-8y=1$ sont les couples $(-3+8k ;-5+13k)$ k entier.

2. Si (x,y,z) solution de S Alors en faisant la somme on obtient : $13x-8y=1$ donc (x,y) est une solution de (E).

$5x+y-2z=1 \Leftrightarrow 2z=5x+y-1=5(8k-3)+13k-5-1=53k-21$ un nombre pair

donc k entier impair

donc $k=2p+1$ p entier

Cl : $S_{\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}}=\left\{\left(8k-3,13k-5,\frac{53k-21}{2}\right),k=2p+1\quad p\in\mathbb{Z}\right\}$

$=\{(16p+5,26p+8,53p+16).\ p\in\mathbb{Z}\}$

Qarray.tn-Agra Blech- Qarray.tn